

Versuch Nr. 58

Dynamische Viskosität von Gasen (Hagen-Poiseuille'sches Gesetz)

Stichworte:

Kinetische Gastheorie, ideales Gas, charakteristische Größen zur Beschreibung von Gasen (s.u.), Hagen-Poiseuille'sches Gesetz, laminare Strömung, dynamische Viskosität

Literatur:

Atkins, „Physikalische Chemie“
Barrow „Physikalische Chemie“, Band 1
Gerthsen, Kneser, Vogel „Physik“
Kohlrausch „Praktische Physik“, Band 1

Grundlagen:

Die kinetische Gastheorie erklärt das makroskopische Verhalten von Gasen, insbesondere ihre thermischen Eigenschaften, aus der Bewegung der Gasteilchen. Obwohl die Bewegung eines einzelnen Teilchens nicht verfolgbar ist, lassen sich dennoch über die Gesamtheit, wegen der sehr großen Teilchenzahl ($1 \text{ Mol} = 6,023 \times 10^{23}$ Teilchen) und ihrer recht hohen Geschwindigkeit, zutreffende statistische Aussagen machen. Dazu werden u. a. folgende Vereinfachungen gemacht, die streng nur für das ideale Gas gelten, für viele reale Gase bei nicht zu hohem Druck und nicht zu tiefen Temperaturen jedoch ebenfalls hinreichend gut erfüllt sind:

- 1) Die Teilchen sind im Vergleich zu ihren Abständen so klein, daß sie wie dimensionslose Massepunkte behandelt werden können.
- 2) Die Teilchen üben, außer bei Zusammenstößen, keine gegenseitigen Kräfte aufeinander aus.
- 3) Für den Zusammenstoß zweier Teilchen sowie für den Stoß eines Teilchens mit der Gefäßwand gelten die Erhaltungssätze (Impuls, Energie) der klassischen Mechanik.
- 4) Bei Temperaturgleichgewicht ist die Bewegung der Teilchen völlig regellos, d. h. keine Raumrichtung ist bevorzugt.
- 5) Die Gesamtheit der Teilchen besitzt eine temperaturabhängige Geschwindigkeitsverteilung (Maxwell-Boltzmann).

Aus diesen allgemeinen Grundannahmen lassen sich charakteristische Größen zur Beschreibung des Gasverhaltens herleiten. Einige von diesen sind:

- der Druck:

$$(1) \quad p = \frac{1}{3} * N * m * \bar{u}^2$$

wo N = Zahl der Teilchen pro Volumeneinheit

m = Teilchenmasse

\bar{u}^2 = Mittel der Quadrate aller Geschwindigkeiten

Nach dem idealen Gasgesetz ist: (1a) $p = N * k * T$

- charakteristische Geschwindigkeiten von Gasteilchen:

häufigste Geschwindigkeit: (2a) $u_h = \sqrt{2 * kT / m}$

mittlere Geschwindigkeit: (2b) $\bar{u} = \sqrt{\frac{8}{\pi} * kT / m}$

Wurzel aus den gemittelten

Geschwindigkeitsquadraten: (2c) $\sqrt{\bar{u}^2} = \sqrt{3 * kT / m}$

- die dynamische Viskosität: (3) $\eta = \frac{1}{3} * N * m * \bar{u} * \lambda$

- die mittlere freie Weglänge: (4) $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} * \pi * d^2 * N}$

wo d = Teilchendurchmesser und

$\pi * d^2$ = Stoßquerschnitt für ein Teilchen

- die Stoßzahl eines Teilchens mit allen anderen pro Sekunde

$$(5) \quad z_1 = \sqrt{2} * \pi * d^2 * \bar{u} * N$$

- die Zahl aller Stöße pro Sekunde und cm^3 :

$$(6) \quad z_{11} = \frac{1}{2} * N * z_1 \quad (\text{warum Faktor } \frac{1}{2}?)$$

Bei der Bewegung einer Gasschicht längs einer anderen sind beide durch die Teilchen, die von einer Schicht in die zweite durch die gedachte Trennfläche fliegen (Diffusion), gewissermaßen miteinander verzahnt. Dadurch besteht die Tendenz, die schnellere Schicht zu verlangsamen und die langsamere zu beschleunigen. Als Maß für die Kraft, die die gegenseitige Verschiebung beeinflusst, wird die Größe „Viskosität“ (η) eingeführt. Für die Viskosität verwendet man im SI-System die Einheit Pascalsekunde ($\text{Pa}\cdot\text{s}$):

$$(7) \quad 1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2} = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

Zur älteren Einheit Poise (P, von Poiseuille) besteht die Beziehung:

$$(8) \quad 1 \text{ P} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$$

Dabei ist 1 Pascalsekunde gleich der dynamischen Viskosität eines laminar strömenden homogenen Fluids (Flüssigkeit, Gas), in dem zwischen zwei parallel im Abstand 1 m angeordneten Schichten mit dem Geschwindigkeitsunterschied $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ die Schubspannung 1 Pa herrscht.

Unter Normalbedingungen (0°C , 1 atm) liegt die Viskosität sehr vieler Gase in der Größenordnung $10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, die von Flüssigkeiten zwischen 1 und $10^{-4} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Die Viskosität des idealen Gases steigt, im Gegensatz zu Flüssigkeiten, mit steigender Temperatur an ($\eta \propto \sqrt{T}$). **Sie ist unabhängig vom Druck**, da die Wirkung der Dichteänderung mit dem Druck gerade kompensiert wird durch die dabei auftretende Änderung der mittleren freien Weglänge.

Die Viskosität realer Gase zeigt vor allem eine stärkere Temperaturabhängigkeit und bei höheren Gasdichten auch eine Abhängigkeit vom Druck. Dies kann durch größere intermolekulare Wechselwirkungen und eine kompliziertere Form des Impulstransports als beim idealen Gas erklärt werden.

Für eine laminare stationäre Strömung durch eine Kapillare gilt nach Hagen und Poiseuille (Herleitung siehe Gerthsen):

$$(9) \quad V = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot r^4 \cdot t}{8 \cdot l \cdot \eta} \quad \text{wobei } T = \text{const.}$$

Hierbei ist V das Volumen des Fluids, das in der Zeit t unter Wirkung des Druckunterschieds Δp durch ein Kapillarrohr vom Radius r und der Länge l strömt.

Gl. (9) setzt voraus, daß die gesamte Druckenergie durch Reibung in Wärme umgesetzt wird und daß die Strömung in jedem Querschnitt auf der ganzen Länge die parabolische Poiseuille'sche Geschwindigkeitsverteilung besitzt.

Gl. (9) gilt strenggenommen nur für Flüssigkeiten, für Gase müssen zusätzlich die Expansion infolge des Druckabfalls und die Gleitung an der Wand entlang berücksichtigt werden.

Diese Korrekturen sind jedoch i. A. so gering, daß Gl. (9) eine brauchbare Näherung darstellt. Erreicht jedoch die mittlere freie Weglänge der Gasteilchen die Größenordnung der Gefäßabmessung, wird die durch die Kapillare strömende Gasmenge sehr viel größer, als nach Gl. (9) berechnet wird.

Aufgabe:

Mit einem Viskosimeter nach Rankine (Abb. 1) und einer Stoppuhr werden die Zeiten bestimmt, die die Gase N_2 , He und CO_2 zum Durchströmen einer Kapillare benötigen. Mit Hilfe der bekannten dynamischen Viskosität von N_2 $\eta(N_2) = 1,748 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ bei 20°C werden gaskinetische Größen berechnet.

Zum Versuchsaufbau:

Im Viskosimeter nach Rankine wird das zu prüfende Gas mit Hilfe eines Quecksilbertropfens im Kreislauf durch eine Kapillare gedrückt (Abb. 1). Die Markierungen S_1 und S_2 begrenzen die Meßstrecke.

Durchführung:

- 1) Machen Sie sich vor Anschluß der Gasleitung an die Apparatur, nach Anweisung durch den Assistenten, mit der sicheren Handhabung der Flaschenventile vertraut! Mehrmals üben!
- 2) Der Quecksilbertropfen wird in eine der Ausbuchtungen in der Rohrerweiterung unterhalb (oberhalb) von S_1 bzw. S_2 gebracht.

- 3) Die Hähne H_1 und H_2 werden geöffnet.
An H_1 (oder H_2) wird die Gasleitung von der Stickstoffflasche angeschlossen. Die Apparatur wird einige Minuten mit Stickstoff gespült. (Vorsicht! Nicht bei zu hohem Überdruck einströmen lassen!) Anschließend Gaszufuhr beenden und die beiden Hähne schließen.
- 4) Die Apparatur wird schnell um 180 Grad gedreht. Mit der Stoppuhr wird die Fallzeit des Quecksilbertropfens zwischen den Markierungen S_1 und S_2 (bzw. S_2 und S_1) gemessen. Dieser Vorgang wird sechsmal wiederholt.
- 5) Für die Gase CO_2 und He werden 2) bis 4) entsprechend durchgeführt.

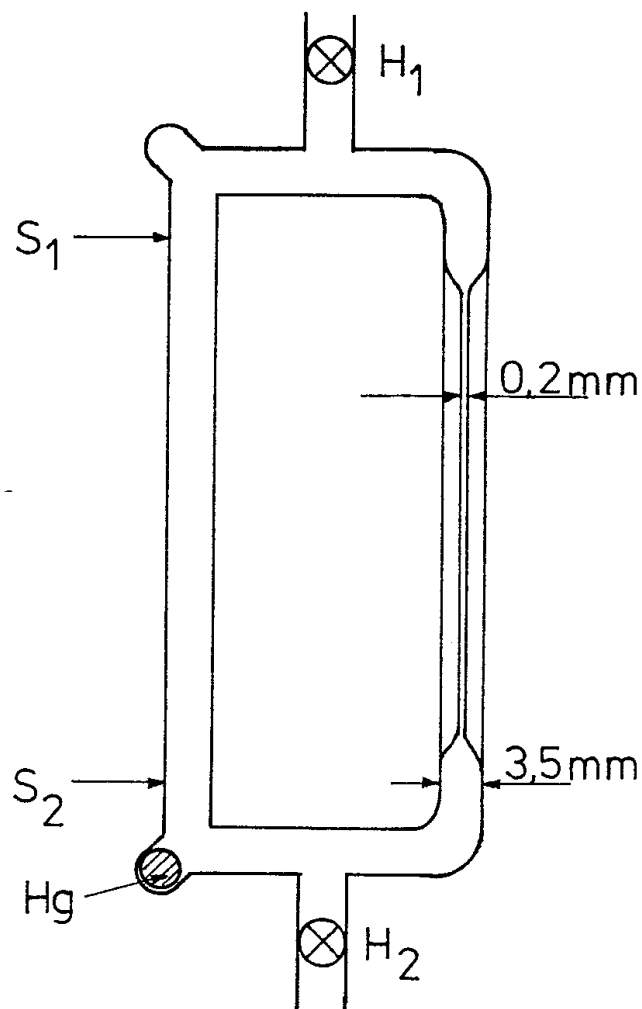


Abb. 1: Schematischer Aufbau eines Rankine-Viskosimeters

Auswertung:

- 1) Für die Fallzeit des Quecksilbertropfens gilt nach dem Hagen-Poiseuille'schen Gesetz:

$$(10) \quad t = \frac{8 * V * l * \eta}{\pi * \Delta p * r^4}$$

Da durch die Konstruktion des Rankine-Viskosimeters alle Variablen außer η und t konstant bleiben, lassen sich durch Zeitmessungen sehr leicht Relativwerte der dynamischen Viskosität berechnen. Es ist:

$$(11) \quad t_1 / t_2 = \eta_1 / \eta_2$$

- 2) Bestimmen Sie aus Ihren Mehrfachmessungen für jedes Gas den arithmetischen Mittelwert für die Fallzeit des Quecksilbertropfens.
- 3) Berechnen Sie mit Hilfe der Mittelwerte die dynamische Viskosität von CO_2 und He relativ zu der von Stickstoff.
- 4) Berechnen Sie mit Hilfe der Gleichungen (1) bis (6) die charakteristischen Größen u , λ , d , Z_1 und Z_{11} für alle drei Gase. Stellen Sie die Ergebnisse zusammen mit den Viskositäten in einer Tabelle übersichtlich dar.
- 5) Diskutieren Sie die Genauigkeit Ihrer Messung:
- Wie groß sind relativer und absoluter Fehler der ermittelten Werte für die dynamische Viskosität?
 - Beschaffen Sie sich Daten zur Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität und schätzen Sie ab, wie groß der Fehler bei einer Temperaturänderung um 1 grad wird!

Zubehör:

Viskosimeter nach Rankine, Stoppuhr, Anschlußleitung für die Gasflaschen.